

Dinamika Gerak Lurus, Melingkar, dan Parabola

Standar Kompetensi

Mendesripsikan gejala alam dan keteraturannya dalam cakupan mekanika benda titik.

Kompetensi Dasar

Menganalis gerak lurus, gerak melingkar dan gerak parabola dengan menggunakan vector.

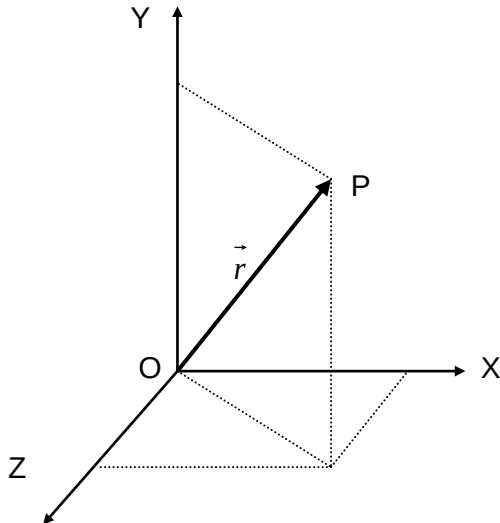


KINEMATIKA GERAK TRANSLASI

A. Persamaan Posisi suatu benda

1. Vektor Posisi dan Vektor Satuan

Posisi suatu titik pada suatu bidang atau ruang dapat dinyatakan dengan vektor posisi. Vektor posisi suatu tempat dapat dinyatakan dengan vektor satuannya. Vektor satuan adalah vektor yang panjang atau besarnya satu dan tidak memiliki satuan. Arah vektor satuan ke sumbu x diberi lambang i , ke sumbu y diberi lambang j dan ke sumbu z diberi lambang k . Perhatikan ilustrasi berikut :



Jika sebuah titik P terletak pada sebuah bidang memiliki koordinat $P(x,y)$, maka vektor posisi P terhadap pusat koordinat O didefinisikan sebagai vektor $\vec{OA}$ ($\vec{OA}$) yang ditulis :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Panjang atau besarnya vektor $\vec{OA}$ adalah :

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

2. Vektor Perpindahan

Jika sebuah benda berpindah dari titik A yang memiliki koordinat (x_1, y_1, z_1) ke titik B yang berkootdinat $B(x_2, y_2, z_2)$, maka vektor perpindahahannya adalah :

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k}) - (x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j} + z_1 \mathbf{k})$$

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k}$$

atau

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$$

Besarnya perpindahan benda tersebut adalah :

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

atau

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Contoh Soal

Sebuah titik materi bergerak dari titik A(1,0,1) ke titik B(5,4,3) dalam ruang XYZ.

Tentukan :

- vektor posisi titik A
- vektor posisi titik B
- vektor perpindahan
- besarnya perpindahan

Penyelesaian :

a.. $\mathbf{r}_A = x_i + y_j + z_k$

$$\mathbf{r}_A = 1\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_A = 1\mathbf{i} + 1\mathbf{k}$$

b. $\mathbf{r}_B = 5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

c. $\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k}$

$$\Delta \mathbf{r} = (5 - 1) \mathbf{i} + (4 - 0) \mathbf{j} + (3 - 1) \mathbf{k}$$

$$\Delta \mathbf{r} = 4 \mathbf{i} + 4 \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$$

d. $|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2}$

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{36} = 6 \text{ satuan}$$

B. PERSAMAAN KECEPATAN

Persamaan kecepatan merupakan besaran vektor yang diturunkan dari persamaan posisi.

1. Kecepatan rata-rata

Kecepatan rata-rata sebuah benda adalah perpindahan benda dalam selang waktu tertentu.

$$\mathbf{v}_r = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}}{\Delta t}$$

atau

$$\mathbf{v}_r = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

v_r = kecepatan rata-rata (m/s)

r_1 = posisi awal benda (mula-mula)

r_2 = posisi akhir benda

t_1 = waktu saat di r_1

t_2 = waktu saat di r_2

Δt = selang waktu

v_x = komponen kecepatan pada sumbu x

v_y = komponen kecepatan pada sumbu y

v_z = komponen kecepatan pada sumbu z

Besarnya kecepatan rata-rata adalah :

$$|\mathbf{v}_r| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$|\mathbf{v}_r|$ = besarnya kecepatan rata-rata

2. Kecepatan Sesaat

Kecepatan sesaat (v_s) adalah nilai kecepatan rata-rata untuk selang waktu mendekati nol. Secara matematis ditulis :

$$v_s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

atau

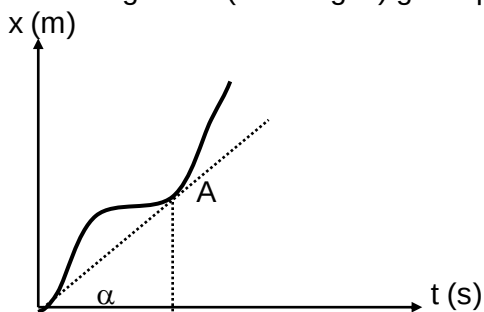
$$v_s = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \text{ untuk } \Delta t \text{ sangat kecil}$$

Kecepatan sesaat dapat dicari melalui dua cara, yaitu :

a. diturunkan dari fungsi posisi

$$\mathbf{v}_s = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

b. mencari gradien (kemiringan) grafik perpindahan terhadap waktu (x-t)



Kecepatan sesaat di titik A adalah :

$$v_s = \operatorname{tg} \alpha$$

Contoh Soal

Posisi sebuah benda dinyatakan dalam vektor posisi $r = (t+1) i + (\frac{1}{8}t^2 + 1) j$. Jika r

dalam satuan meter dan t dalam satuan sekon, tentukan :

- vektor posisi benda setelah 2 sekon
- posisi benda setelah 2 s
- vektor kecepatan rata-rata selama selang waktu $t = 2$ s sampai $t = 4$ s
- besarnya kecepatan rata-rata
- vektor kecepatan sesaat pada saat $t = 2$ s
- besarnya kecepatan sesaat pada $t = 2$ s

Penyelesaian :

$$a. \quad r = (t+1) i + (\frac{1}{8}t^2 + 1) j$$

$$r = (2+1) i + (\frac{1}{8}2^2 + 1) j$$

$$r = (3) i + (1,5) j$$

$$b. \quad |r| = \sqrt{3^2 + (1,5)^2} = \sqrt{9 + 2,25} = \sqrt{11,25}$$

$$|r| = 3,35 \text{ m}$$

c. saat $t = 2$ s

$$r_1 = (t+1) i + (\frac{1}{8}t^2 + 1) j$$

$$r_1 = (2+1) i + (\frac{1}{8}2^2 + 1) j$$

$$r_1 = (3) i + (1,5) j$$

saat $t = 4$ s

$$r_2 = (t+1) i + (\frac{1}{8}t^2 + 1) j$$

$$r_2 = (4+1) i + (\frac{1}{8}4^2 + 1) j$$

$$r_2 = (5) i + (3) j$$

$$v_r = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1} = \frac{2i + 5j}{2} = i + 0,75j$$

$$d. \quad |v_r| = \sqrt{1^2 + (0,75)^2} = 1,25 \text{ m/s}$$

$$e. \quad v_s = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}((t+1) i + (\frac{1}{8}t^2 + 1) j)$$

$$v_s = i + \frac{1}{4}tj$$

jadi pada $t = 2$ s, $v_s = i + 0,5j$

f. pada saat $t = 2$ s,

$$|v_s| = \sqrt{1^2 + (0,5)^2} = \sqrt{1,25} = 1,12 \text{ m/s}$$

C. PERSAMAAN PERCEPATAN

Persamaan percepatan adalah laju perubahan kecepatan benda setiap waktu. Percepatan termasuk besaran vektor.

1. Percepatan rata-rata

Percepatan rata-rata adalah perubahan kecepatan dalam selang waktu tertentu.

$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x i + \Delta v_y j + \Delta v_z k}{\Delta t}$$

atau

$$a_r = a_x i + a_y j + a_z k$$

a_r = percepatan rata-rata (m/s^2)

Δv = perubahan kecepatan (m/s)

Δt = selang waktu / interval waktu (s)

v_1 = kecepatan awal pada saat t_1 (m/s)

v_2 = kecepatan akhir pada saat t_2 (m/s)

t_1 = waktu awal (s)

t_2 = waktu akhir (s)

Δv_x = perubahan kecepatan pada sumbu x Δv_y = perubahan kecepatan pada sumbu y

Δv_z = perubahan kecepatan pada sumbu z

a_x = percepatan rata-rata pada sumbu x

a_y = percepatan rata-rata pada sumbu y

a_z = percepatan rata-rata pada sumbu z

Besarnya percepatan rata-rata adalah :

$$|a_r| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$|a_r|$ = besarnya percepatan rata-rata

2. Percepatan Sesaat

Percepatan sesaat adalah percepatan rata-rata untuk selang waktu sangat kecil (mendekati nol).

$$a_s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ atau } a_s = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \text{ untuk } \Delta t \text{ sangat kecil}$$

Percepatan sesaat dapat dicari melalui dua cara, yaitu :

a. diturunkan dari fungsi kecepatan

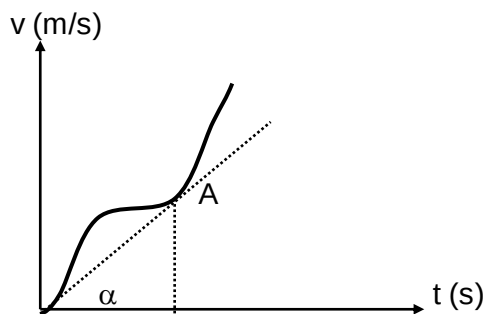
$$\mathbf{a_s} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k}$$

atau

$$\mathbf{a_s} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$$|a_s| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

b. mencari gradien (kemiringan) grafik kecepatan terhadap waktu (v-t)



Percepatan sesaat di titik A adalah :

$$a_s = \operatorname{tg} \alpha$$

Contoh Soal

Kecepatan sebuah partikel dinyatakan dengan persamaan kecepatan : $\mathbf{v} = 2t^2 \mathbf{i} + 3t \mathbf{j}$
Tentukan besarnya :

- percepatan saat $t = 1$
- percepatan saat $t = 4$ s
- percepatan rata-rata dalam selang waktu 1 s hingga 4 s

Penyelesaian :

a. $\mathbf{v} = 2t^2 \mathbf{i} + 3t \mathbf{j}$

$\mathbf{a} = 4t \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$

saat $t = 1$ s, maka :

$\mathbf{a_s} = 4.1 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} = 4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$

$|a_s| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m/s}^2$

b.. saat $t = 4$ s

$\mathbf{a_s} = 4.4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} = 16 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$

jadi $|a_s| = \sqrt{16^2 + 3^2} = 16,3 \text{ m/s}^2$

c.. Percepatan rata-rata

saat $t = 1$ s, maka :

$\mathbf{v_1} = 2.1^2 \mathbf{i} + 3.1 \mathbf{j} = 2 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$

saat $t = 4$ s, maka :

$\mathbf{v_2} = 2.4^2 \mathbf{i} + 3.4 \mathbf{j} = 32 \mathbf{i} + 12 \mathbf{j}$

$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30i + 9j}{3} = 10i + 3j$$

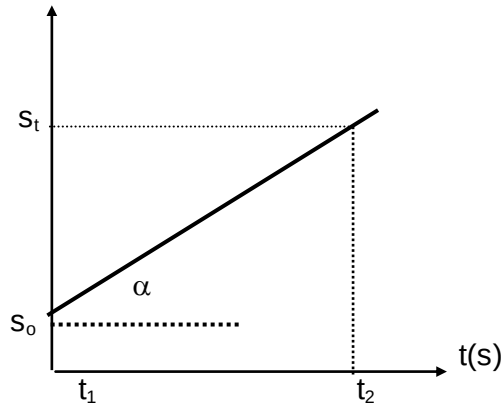
$$\text{jadi } |a_r| = \sqrt{10^2 + 3^2} = 10,4 \text{ m/s}^2$$

D. GERAK LURUS BERATURAN (GLB)

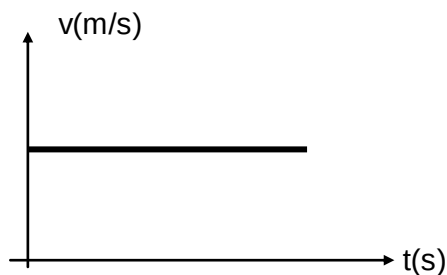
GLB adalah gerak benda pada lintasan lurus dengan kecepatan tetap (konstan) atau tanpa percepatan ($a=0$). Benda memiliki kecepatan tetap jika dalam selang waktu yang sama benda menempuh jarak yang sama pula.

Perhatikan grafik GLB berikut :

- Grafik perpindahan terhadap waktu



- Grafik kecepatan terhadap waktu



Dari grafik di atas diperoleh bahwa kecepatan benda selalu sama (tetap) dalam selang waktu kapan pun, yaitu :

$$\text{Kecepatan} = \frac{\text{perpindahan}}{\text{Selang Waktu}}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_t - s_o}{t_2 - t_1} = \text{tg } \alpha$$

Sehingga persamaan posisi benda setelah t adalah :

$$s_t = s_o + v \cdot t$$

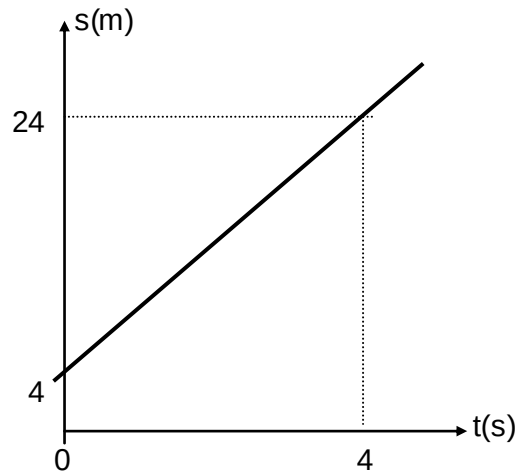
s_o = posisi awal benda (m)

s_t = posisi benda setelah t (m)

v = kecepatan benda (m/s)
 Δs = jarak atau perpindahan benda (m)
 = luas daerah yang arsir
 Δt = selang waktu (s)
 α = sudut kemiringan grafik s-t.

Contoh Soal

Sebuah benda yang bergerak memiliki grafik hubungan perpindahan terhadap waktu sebagai berikut :



Dari grafik di atas tentukan besarnya:

- kecepatan benda
- persamaan posisi benda setelah t
- posisi benda setelah 1 menit

Penyelesaian :

Diketahui : $s_1 = 4 \text{ m}$
 $s_2 = 24 \text{ m}$
 $t_1 = 0 \text{ s}$
 $t_2 = 4 \text{ s}$, jadi $\Delta t = t_2$

Ditanya : $v \dots ?$

Jawab :

$$a. v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{24 - 4}{4 - 0}$$

$$v_r = 5 \text{ m/s.}$$

$$b. s_t = s_o + v_r \cdot \Delta t$$

$$s_t = 4 + 5t$$

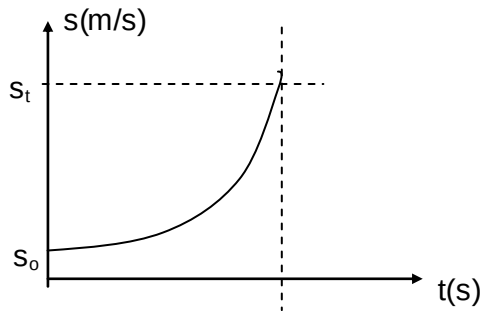
$$c. s_t = 4 + 5t = 4 + 5 \cdot 60 = 304 \text{ m}$$

E. Gerak Lurus Berubah Beraturan (GLBB)

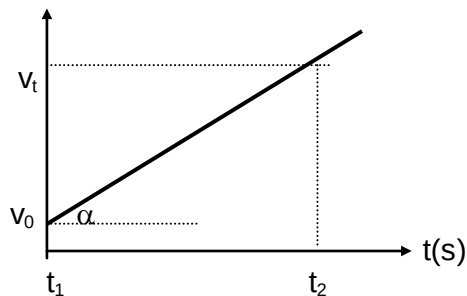
GLBB adalah gerak benda pada lintasan lurus dengan percepatan tetap. Pada GLBB kecepatannya berubah secara tetap. Jika kecepatannya makin besar dikatakan benda bergerak dipercepat, dan jika kecepatannya makin kecil dikatakan benda bergerak diperlambat.

Perhatikan grafik GLBB berikut :

- grafik perpindahan terhadap waktu



Grafik kecepatan terhadap waktu
v (m/s)



Dari grafik GLBB tersebut, diperoleh:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t_2 - t_1} = \tan \alpha$$

dan :

$$\begin{aligned} S_t &= S_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v_t &= v_0 + a \cdot t \\ v_t^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot S_t \end{aligned}$$

S_t = jarak yang ditempuh selama t (m)

v_0 = kecepatan awal benda (m/s)

v_t = kecepatan benda setelah t (m/s)

t = selang waktu (s)

a = percepatan benda (m/s)

Contoh Soal

Sebuah benda mula-mula bergerak dengan kecepatan 5 m/s, lalu dipercepat 2 m/s². Tentukan :

- persamaan kecepatan dan posisi setelah t
- Hitunglah kecepatan dan jarak yang ditempuh benda setelah 2 detik !

Penyelesaian :

Diketahui : $v_0 = 5 \text{ m/s}$
 $a = 2 \text{ m/s}^2$
 $t = 2 \text{ sekon}$

Ditanya : v_t dan s ..?

Jawab :

a. *Persamaan posisi :*

$$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s_t = 0 + 5 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2$$

$$s_t = 5t + t^2$$

Persamaan kecepatan :

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

$$v_t = 5 + 2t$$

b. $v_t = v_0 + a \cdot t$

$$v_t = 5 + 2 \cdot 2 = 9 \text{ m/s}$$

dan

$$s = 5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2$$

$$s = 10 + 4 = 14 \text{ m.}$$

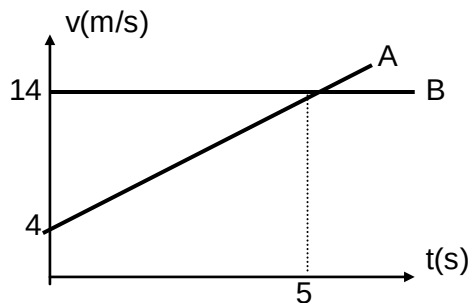
Uji Kompetensi 1

1. Sebuah partikel berpindah dari titik A(4,6) ke titik B(8,9). Tentukan besarnya perpindahan benda !
2. Sebuah bola dilempar vertikal ke atas dengan persamaan posisi $y = 27t - t^3$. Tentukan tinggi maksimum benda !
3. Sebuah partikel bergerak dengan persamaan posisi $r = (4t^2 - 2t + 1)i + (t^2 - 4t + 4)j$ meter. Tentukan besarnya :
 - a. perpindahan benda setelah 1 sekon
 - b. kecepatan benda saat $t = 1$ sekon
 - c. kecepatan rata-rata benda dalam selang waktu 1 s hingga 3 s
 - d. percepatan benda saat $t = 1$ s
 - e. percepatan rata-rata benda dalam selang waktu 1 s hingga 3 s
4. Sebuah benda bergerak dengan persamaan posisi $r = 6t^2 - t^3$. Tentukan posisi benda saat kecepatannya maksimum !
5. Sebuah benda bergerak dengan persamaan posisi pada sumbu x ; $x = 4t^2 + 2$ dan pada sumbu y ; $y = 2t^2 + 4t$. Tentukan besarnya percepatan pada saat $t = 2$ s !

Soal nomor 6 sampai 12 adalah soal pengayaan/tugas mandiri/tugas kelompok.

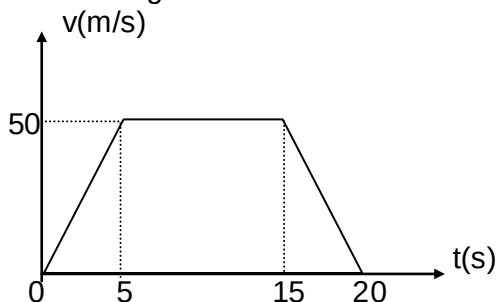
6. Sebuah sepeda motor bergerak lurus dengan kecepatan tetap 50 m/s. Tentukan :
 - a. persamaan posisi benda setelah t
 - b. panjang jalan yang dilalui sepeda setelah berjalan 10 menit !
7. Dua buah mobil A dan B mula-mula diam. Mobil A berangkat terlebih dahulu dengan kecepatan tetap 6 m/s dan 10 detik kemudian mobil B bergerak searah dengan kecepatan tetap 8 m/s. Tentukan:
 - a. pada jarak berapa mobil B dapat menyusul mobil A
 - b. setelah berapa lama mobil B tersebut menyusul A
8. Dua sepeda motor A dan B mula-mula diam dan saling berhadapan pada jarak 120 m. Dalam waktu bersamaan kedua sepeda bergerak berlawanan arah dengan kecepatan A = 8 m/s dan kecepatan B = 4 m/s. Kapan dan di mana kedua sepeda tersebut bertemu ?
9. Sebuah mobil mula-mula bergerak dengan kecepatan 10 m/s. Tiba-tiba mobil tersebut direm dan berhenti setelah 2 detik. Tentukan :
 - a. persamaan kecepatan benda setelah t
 - b. persamaan posisi benda setelah t
 - c. besarnya perlambatan mobil
 - d. setelah berapa meter mobil tersebut berhenti ?

10. Sebuah mobil mula-mula bergerak dengan kecepatan 18 m/s. Karena di rem setelah menempuh jarak 480 m kecepatannya menjadi 12 m/s. Hitung :
- waktu yang diperlukan untuk mengubah kecepatan tersebut
 - besarnya perlambatan mobil
11. Dua mobil A dan B bergerak searah pada jalan lurus. Grafik v-t kedua mobil tersebut sebagai berikut :



Dari grafik, tentukan :

- jenis gerak mobil A dan B
 - persamaan kecepatan mobil A
 - persamaan kecepatan mobil B
 - persamaan posisi mobil A
 - persamaan posisi mobil B
 - jika kedua mobil berangkat bersamaan, kapan kedua mobil bertemu (berdampingan) ?
 - berapa kecepatan mobil A dan B saat berdampingan tersebut ?
12. Perhatikan grafik berikut :



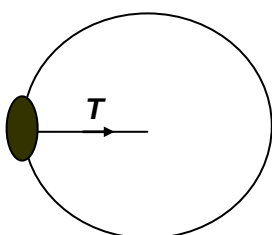
Dari grafik tentukan :

- percepatan rata-rata benda dalam selang waktu 0 s sampai dengan 5 s
- percepatan benda dalam selang waktu 5 s hingga 15 s
- kecepatan benda dalam selang 5 s hingga 15 s
- percepatan rata-rata benda dalam selang 15 s hingga 20 s
- jarak tempuh benda dalam selang waktu 0 s hingga 5 s
- jarak tempuh total

Gerak Melingkar

1. Gerak benda melingkar horizontal

Perhatikan benda diikat dengan tali dan diputar horizontal berikut :

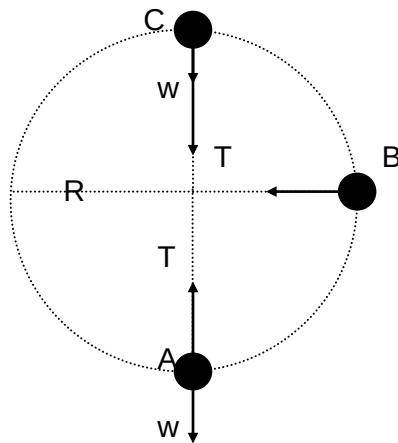


Gaya sentripetal yang dialami benda sama dengan tegangan tali (T), sehingga :

$$T = F_s = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

2. Gerak Benda Melingkar Vertikal

Perhatikan gambar berikut :



Pada titik A (titik terendah) :

$$F_s = T - w \text{ atau } T = F_s + w \text{ atau } T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

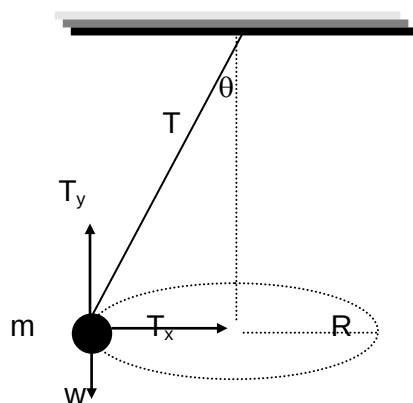
Pada titik C (titik tertinggi) :

$$F_s = T + w \text{ atau } T = F_s - w \text{ atau } T = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

Pada titik B :

$$F_s = T = m \frac{v^2}{R}$$

3. Ayunan Konik (kerucut) >>>>>>>>Materi Pengayaan



Benda bermassa m diayunkan melingkar seperti pada gambar dengan jari-jari R , maka tali akan mengalami gaya tegangan tali (T). Besarnya gaya tegang tali pada arah pusat lingkaran benda (T_x) sama dengan gaya sentripetal yang dialami benda m . Jadi :

$$T_x = T \cdot \sin \theta \text{ dan}$$

$$T_y = T \cdot \cos \theta = w = m \cdot g \text{ atau } T = \frac{m \cdot g}{\cos \theta}$$

$$T_x = F_s \text{ (Karena gerak melingkar)}$$

$$T \cdot \sin \theta = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$\frac{m \cdot g}{\cos \theta} \cdot \sin \theta = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$m \cdot g \cdot \tan \theta = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

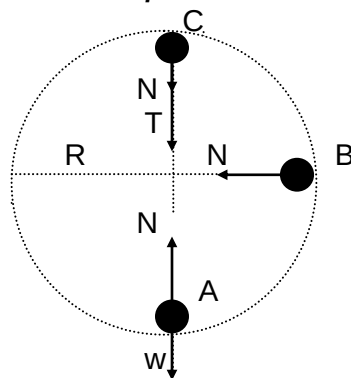
$$\text{Jadi kecepatan linier ayunan konik adalah : } v = \sqrt{g \cdot R \cdot \tan \theta}$$

v = kecepatan linier (m/s)

g = percepatan gravitasi (10 m/s^2)

θ = Susut ayunan ($^\circ$)

4. Gerak Benda pada sisi dalam lingkaran >>>>>>>>>Materi Pengayaan



Pada titik A (titik terendah) :

$$F_s = N - w \text{ atau } N = F_s + w$$

$$N = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

Pada titik C (titik tertinggi) :

$$F_s = N + w \text{ atau } N = F_s - w$$

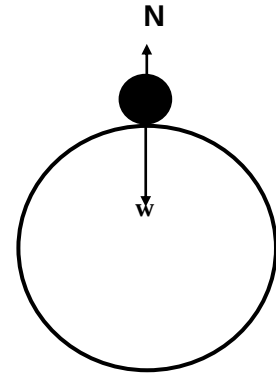
$$N = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$

Pada titik B:

$$F_s = N$$

$$N = m \frac{v^2}{R} \quad N = \text{gaya normal (N)}$$

5. Gerak Benda pada sisi luar lingkaran>>>>Materi Pengayaan

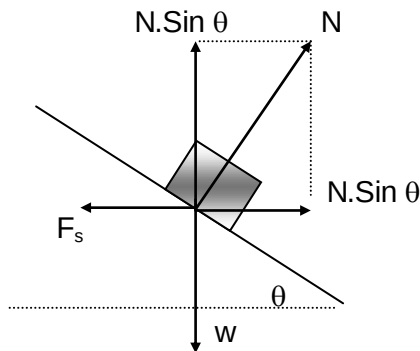


Pada titik tertinggi :

$$F_s = w - N \text{ atau } N = w - F_s \quad \text{sehingga } N = m(g - \frac{v^2}{R})$$

6. Tikungan Miring >>>>>>>>Materi Pengayaan

Perhatikan sebuah mobil yang sedang membelok pada tikungan berjari-jari R yang permukaannya miring berikut (mobil diamati dari depan) :



Pada sumbu horizontal :

$$\sum F = 0$$

$$N.\sin \theta = F_s$$

$$N.\sin \theta = m \frac{v^2}{R} \dots\dots\dots 1)$$

Pada sumbu vertikal :

$$N.\cos \theta = w$$

$$N.\cos \theta = m.g \dots\dots\dots 2)$$

Persamaan 1) dan 2) diperoleh :

$$v = \sqrt{g.R.tg \theta}$$

Uji Kompetensi 2

1. Sebuah mobil bermassa 0,8 ton bergerak dengan laju 18 km/jam melewati sebuah bukit yang berjari-jari 20 m. Tentukan gaya normal yang dialami mobil ketika berada di puncak bukit ?

2. Seorang pilot bermassa 75 kg berada di dalam pesawat jet membuat manuver lingkaran vertikal berjari-jari 10 m. Jika pada titik terendah kecepatan jet adalah 20 m/s, berapa berat semu pilot di titik terendah tersebut ?
3. Mobil melewati tikungan jalan berbentuk busur lingkaran berjari-jari 30 m dengan sinus sudut kemiringan 0,6. Jika $g = 10 \text{ m/s}^2$, maka agar mobil menikung dengan aman, berapa kecepatan maksimum mobil?
4. Sebuah batu bermassa 2 kg diikat dengan tali yang panganya 50 cm dan diputar pada lingkaran vertikal dengan kecepatan anguler 6 rad/s. Hitung besarnya tegangan tali pada saat batu berada di titik tertinggi !
5. Sebuah benda bermassa 10 kg diikat dengan tali secara beraturan pada bidang mendatar licin dengan jari-jari 1 m. Gaya tegangan yang dapat ditahan tali 360 N. Berapa kecepatan maksimum yang diperbolehkan agar tali tidak putus ?

Soal Pengayaan :

6. Sebuah ayunan konis sinus sudut simpangannya 0,6 dan panjang tali 50 cm. Hitung besarnya laju linier ayunan !

Evaluasi

PILIHAN GANDA

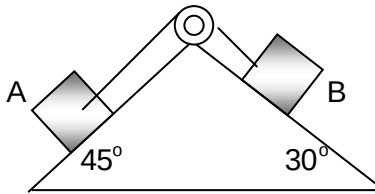
Pilihlah satu jawaban yang tepat !

1. Seseorang mengendarai sepeda motor melewati jalan yang membelok dengan jari-jari 40 m dengan kelajuan 36 km/jam. Jika berat orang dan sepeda 1500 N, besarnya gaya sentripetal yang dialami sepeda motor adalah ...
 - a. 50
 - b. 100
 - c. 150
 - d. 375
 - e. 750
2. Pada saat olah raga Nardi mengikat benda bermassa 1 kg dengan tali panjangnya 1 m. Pada saat diputar dengan bentuk lintasan vertikal, panjang tali yang digunakan 50 cm. Jika kelajuan benda di titik teratas 5 m/s dan di titik terendah 7 m/s, maka besarnya gaya sentripetal di titik teratas dan di titik terendah adalah ...
 - a. 49 N dan 98 N
 - b. 50 N dan 98 N
 - c. 88 N dan 100 N
 - d. 98 N dan 50 N
 - e. 100 N dan 49 N
3. Sebuah mobil 800 kg melintasi lembah yang jari-jari kelengkungannya 50 m. Jika kelajuan mobil 5 m/s, maka besarnya gaya normal pada saat mobil ditengah lembah adalah ... N
 - a. 8400
 - b. 8040
 - c. 8000
 - d. 4800
 - e. 4000
4. Sebuah ember berisi air diikat dengan tali lalu diputar dengan lintasan vertikal berjari-jari 2,5 m. Besarnya kecepatan sudut terkecil pada titik tertinggi agar air tidak tumpah adalah ... rad/s
 - a. 40
 - b. 25
 - c. 4
 - d. 2,5
 - e. 2

URAIAN

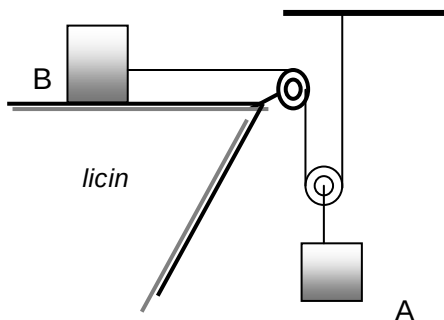
Kerjakan soal berikut dengan benar !

1. Dua balok dihubungkan dengan tali seperti pada gambar berikut :



Jika balok A dan B bermassa 3,5 kg dan 5 kg terletak pada bidang miring licin, tentukan percepatan sistem !

2. Perhatikan sistem gambar berikut :



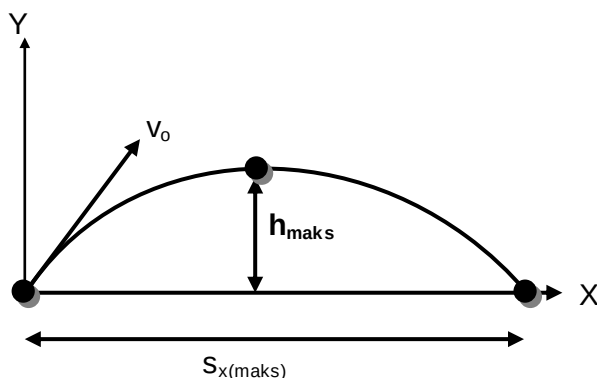
Jika massa benda A dan B sama besar 2 kg dan $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tentukan percepatan benda A dan B !

3. Sebuah benda bermassa 2 kg terletak di atas tanah. Benda tersebut ditarik ke atas dengan gaya 30 N selama 2 s lalu dilepaskan. Hitung tinggi maksimum yang dicapai benda !
4. Sebuah ayunan kerucut mempunyai panjang tali 1,25 m. Jika saat kecepatan sudut ayunan 4 rad/s, berapa besar sudut antara tali dan garis vertikal ?
5. Sebuah benda bermassa 0,1 kg diikat dengan tali yang panjangnya 1 m dan diputar dengan kelajuan tetap 2 m/s. Hitung tegangan tali minimum yang dialami tali !

GERAK PARABOLA (GERAK PELURU)

Gerak parabola adalah gerak pada bidang datar yang lintasannya berbentuk parabola. Gerak parabola merupakan perpaduan dua gerak yaitu GLB pada sumbu x dan GLBB pada sumbu y.

Perhatikan grafik lintasan gerak parabola berikut :



Sebuah bola yang ditendang dengan kecepatan awal v_0 dengan arah membentuk sudut tertentu terhadap horisontal, maka lintasan bola merupakan bentuk parabola yang mana berlaku persamaan-persamaan sebagai berikut :

1. Persamaan Kecepatan

a. Kecepatan awal

Kecepatan awal benda membentuk sudut elevasi α terhadap arah mendatar (sumbu X), sehingga :

- kecepatan awal pada arah mendatar

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

- Kecepatan awal pada arah vertikal (sumbu Y)

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

b. Pada arah mendatar (sumbu X)

Gerak benda pada arah mendatar adalah GLB, sehingga v_x tetap dan $a = 0$.

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

c. Pada arah vertikal (sumbu Y)

Gerak benda pada arah vertikal adalah GLBB, sehingga v_y berubah-ubah dan $a = -g$ (gerakan ke atas), dan $a = g$ (gerakan ke bawah).

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$$

$$v_y^2 = v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2 \cdot g \cdot s_y$$

d. Persamaan kecepatan bola setelah t

$$v = v_x i + v_y j$$

sehingga besarnya kecepatan setelah t adalah :

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

v_x = kecepatan benda pada sumbu x

v_y = kecepatan benda pada sumbu y

v_0 = kecepatan awal benda (m/s)

α = sudut elevasi ($^\circ$)

s_y = posisi benda pada sumbu y (m)

g = percepatan gravitasi (m/s^2)

t = waktu (s)

$|v|$ = besarnya kecepatan benda (m/s)

2. Persamaan Posisi benda

a. Pada arah mendatar (sumbu X)

$$s_x = v_x \cdot t$$

$$s_x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

b. Pada arah vertikal (sumbu Y)

$$s_y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

c. Persamaan posisi bola setelah t

$$\mathbf{s} = s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j}$$

s_x = posisi benda pada sumbu x

s_y = posisi benda pada sumbu y

3. Persamaan pada titik tertinggi

- a. Benda mencapai ketinggian maksimum jika $v_y = 0$, sehingga waktu untuk mencapai tinggi maksimum:

$$t_{\text{maks}} = \frac{v_o \cdot \sin \alpha}{g}$$

- b. Tinggi maksimum benda diperoleh dengan menubstitusikan t_{maks} ke

$$s_y = v_o \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

dan diperoleh :

$$s_{y(\text{maks})} = h_{\text{maks}} = \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

t_{maks} = waktu yang diperlukan benda untuk mencapai tinggi maksimum ($s_{y \text{ max}}$)

h_{maks} = tinggi maksimum yang dicapai benda

4. Persamaan pada titik terjauh

- a. Waktu untuk mencapai jarak terjauh

Benda mencapai titik terjauh jika $s_y = 0$, sehingga waktu yang diperlukan benda untuk mencapai titik terjauh adalah :

$$t = 2 \cdot t_{\text{maks}} = \frac{2 \cdot v_o \cdot \sin \alpha}{g}$$

- b. Jarak terjauh yang dicapai benda $2 \cdot t_{\text{maks}}$ disubstitusikan ke $s_x = v_o \cdot \cos \alpha \cdot t$ dan hasilnya :

$$s_{x(\text{maks})} = \frac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$s_{x(\text{maks})}$ = jarak mendatar terjauh yang dicapai benda (m)

Jarak mendatar pada saat benda mencapai tinggi maksimum (h_{maks}) adalah $\frac{1}{2} \cdot s_{x(\text{maks})}$.

Contoh Soal

Sebutir peluru keluar dari moncong pistol dengan kecepatan awal 20 m/s dan sudut elevasi tembakan 30° . Jika $g = 10 \text{ m/s}^2$, hitunglah :

- tinggi maksimum yang dicapai peluru
- jarak mendatar terjauh yang dicapai peluru

- c. waktu untuk mencapai tinggi maksimum
- d. waktu untuk jatuh ditanah lagi
- e. besar kecepatan setelah 0,2 s
- f. posisi peluru setelah 0,2 s

Penyelesaian :

Diketahui: $v_0 = 20 \text{ m/s}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

Jawab :

$$a. h_{\text{maks}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} = \frac{20^2 \cdot \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 10} = \frac{400 \cdot \frac{1}{4}}{20} = 5 \text{ meter}$$

$$b. S_{x(\text{maks})} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{20^2 \cdot \sin 60^\circ}{10} = 10\sqrt{3} \text{ meter}$$

$$c. t_{\text{maks}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{20 \cdot \sin 30^\circ}{10} = 1 \text{ s}$$

$$d. t = 2 \cdot t_{\text{maks}} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ sekon}$$

$$e. v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t = 20 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot 0,2 = 8 \text{ m/s}$$

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{364}$$

$$= 19 \text{ m/s}$$

$$f. t = 0,2 \text{ s maka } S_x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = 20 \cdot \cos 30^\circ \times 0,2 = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

$$t = 0,2 \text{ s maka } S_y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$= 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (0,2)^2$$

$$= 2 - 0,2 = 1,8 \text{ m}$$

Jadi posisi peluru setelah 0,2 sekon adalah pada koordinat $(2\sqrt{3}; 1,8)$ artinya peluru berada pada jarak $2\sqrt{3} \text{ m}$ dan pada ketinggian 1,8 m.

Uji Kompetensi 2

1. Benda dilempar dengan sudut elevasi 60° dan kecepatan awal 40 m/s. Tentukan :
 - a. tinggi maksimum yang dicapai peluru
 - b. jarak mendatar terjauh yang dicapai peluru
 - c. waktu untuk mencapai tinggi maksimum
 - d. waktu untuk jatuh ditanah lagi
 - e. besar kecepatan setelah 1 s
 - f. posisi peluru setelah 1 s
2. Budi hendak menembak sasaran yang terletak pada jarak mendatar 100 m dan pada ketinggian 90 m dengan sudut elevasi 45° . Berapa kecepatan awal peluru budi agar mengenai sasaran ?
3. Sebuah bom dijatuhkan dari pesawat terbang yang terbang mendatar pada ketinggian 150 m dan kecepatan 50 m/s. Berapa jauh bom akan jatuh di tanah relatif terhadap titik bom tersebut mulai dijatuhkan ?
4. Sebuah bola ditendang dengan sudut elevasi 30° sehingga menempuh lintasan parabola. Bola tersebut menyentuh tanah pada tempat yang jaraknya 40 m dari tempat tendangan. Tentukan :
 - a. kelajuan awal bola

- b. lama bola di udara
 - c. koordinat titik tertinggi
5. Sebuah benda dilempar dengan sudut elevasi 45° dan kecepatan awal $20\sqrt{2}$ m/s. Pada saat jarak mendatar benda 20 m, berapa ketinggiannya ?

Soal nomor 6 sampai 8 adalah soal pengayaan :

6. Sebuah pesawat terbang menukik ke bawah dengan kecepatan 400 m/s membentuk sudut 30° terhadap horizontal. Pada ketinggian 880 m dari tanah pesawat menjatuhkan bom. Hitunglah waktu yang diperlukan bom untuk mencapai tanah !
7. Sebuah peluru ditembakkan dari puncak menara yang tingginya 500 m dengan kecepatan 100 m/s arah mendatar. Hitunglah :
- a. waktu yang diperlukan peluru hingga sampai di tanah !
 - b. jarak peluru jatuh di tanah diukur dari kaki menara
8. Sebuah benda dilempar dengan sudut elevasi 60° dan kecepatan awal 40 m/s. Hitunglah besarnya kecepatan benda saat berada di titik tertinggi !